Differentialrechnung

Ableitungen wichtiger Funktionen:

$f(x)$	$f'(x)$	$f(x)$	$f'(x)$
$c\ (c \in \mathbb{R})$	0	e^x	e^x
$x^a\ (a \in \mathbb{R})$	$a\,x^{a-1},\ x \in D'_a$	$\ln(x)$	$\frac{1}{x},\quad x > 0$
$\sin(x)$	$\cos(x)$	$\arcsin(x)$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}},\ x \in (-1;1)$
$\cos(x)$	$-\sin(x)$	$\arccos(x)$	$-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}},\ x \in (-1;1)$
$\tan(x)$	$\frac{1}{\cos^2(x)} = 1 + \tan^2(x),\ x \neq \frac{(2k+1)\pi}{2},\ k \in \mathbb{Z}$	$\arctan(x)$	$\frac{1}{1+x^2}$
$\sinh(x)$	$\cosh(x)$	$\cosh(x)$	$\sinh(x)$

<u>Krümmung</u>:

$$k(P_0) = \frac{f''(x_0)}{\left(1 + [f'(x_0)]^2\right)^{\frac{3}{2}}}$$

<u>Krümmungskreis</u>:

Radius
$$r_0 = \frac{1}{|k(P_0)|}$$

Mittelpunkt *M*
$$x_M = x_0 - f'(x_0)\frac{1 + [f'(x_0)]^2}{f''(x_0)} \qquad y_M = y_0 + \frac{1 + [f'(x_0)]^2}{f''(x_0)}$$

Mit einer **Kurvendiskussion** lassen sich Eigenschaften einer Funktion f erhalten und der Graph dieser Funktion zeichnen. Bei einer Kurvendiskussion sind folgende Teilaufgaben zu lösen:

- Angabe des Definitionsbereiches von f
- Bestimmung der Schnittpunkte von f mit den Koordinatenachsen
- Untersuchung auf Symmetrie und Periodizität
- Untersuchung von f für „betragsgroße“ Argumente (Asymptote)
- Stetigkeitsuntersuchungen (Polstellen, Sprungstellen, hebbare Unstetigkeiten)
- Monotonieuntersuchungen
- Krümmungsverhalten und Wendepunkte (eventuell Scheitelpunkte)
- Extrempunkte und ihr Charakter (Minimum bzw. Maximum)
- Skizze

Quelle: Richter, Matthias: *Grundwissen Mathematik für Ingenieure*, 2. Aufl., Vieweg + Teubner, Wiesbaden 2009