

Kurven

Aufgabe 5.1: Die Punkte $P_1 = P_1(1, 5; -0,52359)$, $P_2 = P_2(2; 1, 5\pi)$, $P_3 = P_3(4; 1, 5)$ sind in Polarkoordinaten gegeben und in kartesischen Koordinaten umzurechnen. Die Punkte $P_4 = P_4(1, 5; -0,52359)$, $P_5 = P_5(2; 1, 5\pi)$, $P_6 = P_6(4; 1, 5)$ sind in kartesischen Koordinaten gegeben und in Polarkoordinaten umzurechnen. Stellen Sie die Punkte in einem kartesischen Koordinatensystem graphisch dar.

Aufgabe 5.2: Die Punkte $P_1 = P_1(2; 1; 4)$ und $P_2 = P_2(3; -1; -2)$ sind in kartesischen Koordinaten gegeben und in Zylinderkoordinaten und Kugelkoordinaten umzurechnen. Der Punkt $P_3 = P_3(1; 1; 1)$ ist in Kugelkoordinaten gegeben und in kartesischen Koordinaten darzustellen. $P_4 = P_4(2; \pi; -1)$ ist in Zylinderkoordinaten gegeben und in kartesischen Koordinaten umzurechnen.

Aufgabe 5.3: Geben Sie für die folgenden Kurven parameterfreie Darstellungen an. Skizzieren Sie die Kurven in einem kartesischen Koordinatensystem.

- (1) $x = x(t) = 1 - 5t^2$, $y = y(t) = t^2 + 3$, $t \in \mathbb{R}$,
- (2) $x = x(t) = t^2 - 2t + 3$, $y = y(t) = t^2 - 2t + 1$, $t \in \mathbb{R}$,
- (3) $x = x(t) = 2 \tanh(t)$, $y = y(t) = \frac{2}{\cosh(t)}$, $t \in \mathbb{R}$.

Aufgabe 5.8: Veranschaulichen Sie sich den Verlauf der Raumkurve

$$C: x = x(t) = t \cdot \cos(t), y = y(t) = t \cdot \sin(t), z = z(t) = h \cdot t, t \in \mathbb{R},$$

in einem kartesischen Koordinatensystem.

Lösungen:

5.1: $P_1(1, 2990; -0, 7500)$, $P_2(0; -2)$,
 $P_3(0, 2829; 3, 9900)$, $P_4(1, 589; -0, 3358)$
 $P_5(5, 1192; 1, 1694)$, $P_6(4, 272; 0, 3588)$.

5.2: in Zylinderkoordinaten:

$$P_1(\sqrt{5}; 0, 4636; 4), P_2(\sqrt{10}; -0, 3218; -2),$$

in Kugelkoordinaten:

$$P_1(\sqrt{21}; 0, 4636; 0, 5098),$$

$$P_2(\sqrt{14}; -0, 3218; 2, 1347),$$

$$P_3(0, 4546; 0, 7081; 0, 5403), P_4(-2; 0; -1).$$

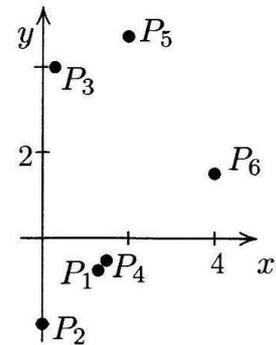


Bild: zu 5.1

- 5.3: (1) $y = f(x) = -\frac{x}{5} + \frac{16}{5}$, $D = (-\infty; 1]$, $W = [3; \infty)$, Halbgerade.
(2) $y = f(x) = x - 2$, $D = [2; \infty)$, $W = [0; \infty)$, Halbgerade.
(3) $F(x; y) = x^2 + y^2 - 4 = 0$, $D = (-2; 2)$, $W = (0; 2]$, Halbkreis.

5.8: C ist eine räumliche Spirale. Der Punkt $P(x(t_0); y(t_0); z(t_0)) \in C$ hat die „Höhe“ $h * t_0$ und ist $|t_0|$ Längeneinheiten von der z -Achse entfernt.